

## CLUB APOLLO 13 AUFGABE 4

### Planung von Rundreisen

Diese Aufgabe aus den Wirtschaftswissenschaften ist vom Institut für Produktionswirtschaft der Leibniz Universität Hannover gestellt. Weitere Informationen zum Studiengang der Wirtschaftswissenschaften finden Sie unter <http://www.wiwi.uni-hannover.de/>

Die Logistik als Teildisziplin der Betriebswirtschaftslehre beschäftigt sich unter anderem mit dem Transport von Gütern, teilweise in globalen Verkehrsnetzen. In der Aufgabe geht es um die Planung von **Rundreisen**, bei denen eine vorgegebene Anzahl von Orten aufgesucht werden muss. Ziel ist es, eine Reihenfolge der Orte so festzulegen, dass die Transportkosten möglichst gering sind. Dieses Problem stellt sich zum Beispiel bei der Auslieferungsplanung von Paketdienstleistern. Startend von einem Depot soll dabei jedes Paket zum entsprechenden Kunden geliefert werden, bevor der Fahrer zum Depot zurückkehrt.



Optimaler Reiseweg durch die 15 größten Städte Deutschlands.

#### a) Grundlagenteil (10 Punkte)

##### Aufgabe 1

Die Planung von Rundreisen hat natürlich auch im privaten Bereich eine große Bedeutung. Der Schüler Hartmut aus Hannover möchte beispielsweise in den Weihnachtsferien seine drei Patentanten besuchen. Diese wohnen in Berlin, Frankfurt (Main) und München. Hartmut ist ein Bahn-Fan und möchte die einzelnen Strecken mit dem ICE zurücklegen. Er plant, am 27.12. von Hannover zur ersten Tante aufzubrechen und am 30.12. nach Hannover zurückzukehren. Jede Nacht verbringt er in einer anderen Stadt. In welcher Reihenfolge soll Hartmut die Tanten besuchen, so dass er am wenigsten Geld für die Bahntickets ausgeben muss? Geben Sie die Fahrtkosten (Normalpreis) für ein 2.-Klasse-Ticket ohne BahnCard an (ICE, ohne Ermäßigung und ohne Sparangebote). Dokumentieren Sie Ihr Vorgehen zum Auffinden der Lösung.

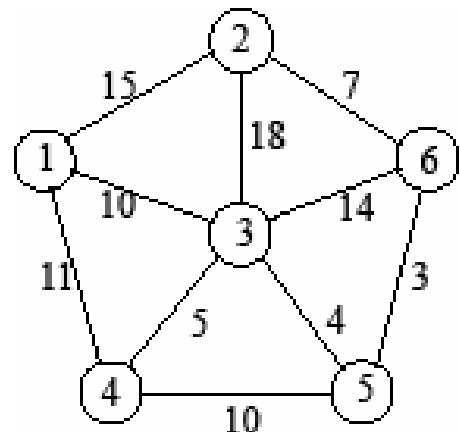
##### Aufgabe 2

Betrachten Sie nun ein allgemeines Rundreiseproblem mit  $n$  Orten, bei dem jeder Ort mit jedem direkt verbunden ist. Leiten sie eine Formel für die Anzahl der möglichen Rundreisen durch alle  $n$  Orte, die bei Ort 1 starten und enden, her. Berechnen Sie die ungefähre Anzahl möglicher Touren für 42 Orte.

**b) Mittlerer Teil (10 Punkte)**

**Aufgabe 3**

In der Logistik sind Aufgaben zur Rundreiseplanung häufig in abstrakter Form gegeben. Sie können beispielsweise durch einen **Graphen** dargestellt werden. Dieser besteht aus Knoten und Kanten, wobei die Knoten die einzelnen Orte repräsentieren und die Kanten die Verbindungen dazwischen. In der Abbildung sehen Sie ein (nicht maßstäbliches) Beispiel eines kleinen Verkehrsnetzes mit sechs Orten. Die Bezeichnungen an den Kanten geben die Kosten der Verbindungen an. Zum Beispiel besteht zwischen den Orten 2 und 6 eine Verbindung, die mit Kosten von 7 Geldeinheiten verbunden ist.



Finden Sie für das gegebene Beispiel die Rundreise mit den geringsten Kosten, beginnend bei Ort 1. Dabei muss jeder Ort genau einmal besucht werden und die Reise muss wieder am Ort 1 enden. Erläutern Sie Ihr Vorgehen und geben Sie die Gesamtkosten der Rundreise an.

**Aufgabe 4**

Das Ausprobieren aller möglichen Lösungen kann bei mehreren Orten extrem aufwändig sein, da oftmals viel zu viele Lösungen existieren. Plant Hartmut z.B im nächsten Sommer eine Rundreise durch die 15 größten deutschen Städte, ergeben sich 87.178.291.200 mögliche Rundreisen (s. Abb.). Das möchten Sie dann bestimmt nicht mehr per Hand ausrechnen! Bei noch größeren Planungsproblemen aus der Praxis können selbst schnelle Computer nicht mehr alle Möglichkeiten ausprobieren. So ergeben sich bei 50 Orten bereits  $3 \cdot 10^{64}$  mögliche Rundreisen.

Daher entwickelt man in der Betriebswirtschaftslehre Verfahren zur Lösung des Rundreiseproblems, die nicht alle Möglichkeiten durchprobieren, aber dennoch eine recht gute Lösung finden. Ein solches Verfahren zur Konstruktion einer Rundreise ist das **Greedy-Verfahren** (greedy=gierig). Beginnend mit einem Startort wird von den noch nicht besuchten Orten, der am günstigsten zu erreichende als nächstes gewählt. Von dort aus wird dann unter den noch nicht besuchten wieder der günstigste gewählt usw.

Startet man im obigen Beispiel im Ort 6, hat man die Wahl zwischen den Orten 2, 3 und 5. Aus der *gierigen* Sicht des Verfahrens wird die Direktverbindung zu Ort 5, die mit 3 Geldeinheiten am günstigsten ist, als nächstes benutzt. Von dort aus stehen noch die Orte 3 und 4 zur Auswahl, da Ort 6 ja bereits besucht wurde. Daher wird Ort 3 als nächstes gewählt. Von dort aus kann es zu Ort 1, 2 oder 4 gehen, wobei 4 am günstigsten ist. Vom Ort 4 aus gibt es jetzt nur noch eine Verbindung zu einem Ort, der noch nicht besucht wurde, nämlich zu Ort 1. Von Ort 1 kann es nur über Ort 2 zu Ort 6 zurückgehen, womit die Rundreise beendet wäre. Die Gesamtkosten dieser Reise betragen 45 Geldeinheiten.

Betrachten Sie ein kleines Rundreiseproblem mit vier Orten. Die Entfernungen zwischen den Orten sind in der Tabelle zusammengefasst. Zum Beispiel fallen von Ort 1 zu Ort 2 Kosten von 10 Geldeinheiten an. Da man sich beispielsweise von Ort 1 zu Ort 1 nicht bewegen muss, gibt es dort auch keine Kosten.

von/nach	Ort 1	Ort 2	Ort 3	Ort 4
Ort 1	-	10	20	5
Ort 2	10	-	15	2
Ort 3	20	15	-	3
Ort 4	5	2	3	-

Stellen Sie dieses Problem graphisch dar. Wenden Sie dann das Greedy-Verfahren mit Startort 1 an und geben Sie die Kosten der so ermittelten Rundreise an.

**c) Für Profis (10 Punkte)**

**Aufgabe 5**

Unabhängig davon, wo der tatsächliche Startort liegt, kann man das Greedy-Verfahren mit jedem Ort starten. Überlegen Sie am Beispiel der Aufgabe 4, ob eine andere Wahl des Startortes zu einer besseren Lösung des Greedy-Verfahrens führen kann. Begründen Sie ebenfalls am Beispiel der Aufgabe 4, ob durch Anwendung des Greedy-Verfahrens für jeden Startort die insgesamt beste Rundreise gefunden wird. Führt das Greedy-Verfahren immer zur besten Lösung?

**Aufgabe 6**

Nun geht es an richtig große Probleme! In der Tabelle 42Staedte.xls finden Sie Entfernungen zwischen 42 US-amerikanischen Städten. Diese sind symmetrisch, d.h. von A nach B ist es genauso weit wie von B nach A, daher sind nicht alle Werte angegeben. Bestimmen Sie zunächst eine Lösung mit dem Greedy-Verfahren mit dem Startort c1.

Seien Sie richtig kreativ und verbessern Sie diese Lösung. Finden eine möglichst kurze Rundreise durch alle 42 Städte. Bevor Sie sich vornehmen alle Lösungen zu testen, denken Sie an die Lösung der Aufgabe 2! Beschreiben Sie Ihr Verfahren und geben Sie die Reihenfolge in der besten von Ihnen gefundenen Lösung an. Geben Sie ebenfalls die Gesamtentfernung an.

Für die kürzeste aller abgegebenen Lösungen gibt es 3 Bonuspunkte, für die zweitkürzeste 2 und für die nächstkürzere 1 Bonuspunkt.

Viel Erfolg bei dieser vierten Aufgabe!

Falls Sie Fragen zu den Aufgaben haben oder eine Hilfestellung benötigen, so schauen Sie doch einfach mal in unser Forum: <http://www.unikik.uni-hannover.de/forum/>

Einsendeschluss: Sonntag, der 4. Januar 2009, 23:59.

Senden Sie Ihre Lösungen per E-Mail an: [leydecker@unikik.de](mailto:leydecker@unikik.de). Die E-Mail sollte nicht größer als 3 MB sein (die Dateien können Sie zippen)! Bitte geben Sie auch Ihren Teamnamen, die Namen der Gruppenmitglieder sowie deren Schulen an. Bitte schreiben Sie in der Betreffzeile der E-Mail Ihren Gruppennamen und benennen Sie Ihre angehängten Dateien danach.

Sie können/sollten Ihre Lösung auch dann abgeben, wenn Sie die letzte Teilaufgabe (die Profi-Aufgabe) nicht gelöst haben! Vielleicht gelingt Ihnen das ja bei der kommenden Aufgabe.

Die Teilnahmebedingungen und weitere Informationen finden Sie unter <http://www.unikik.uni-hannover.de/apollo13/>